

# ZDM

Zentralblatt für Didaktik der Mathematik

---

## Berichtsteil

S. 1–62 Heft 82/1  
S. 63–128 Heft 82/2  
S. 129–180 Heft 82/3  
S. 181–238 Heft 82/4  
S. 239–280 Heft 82/5  
S. 281–309 Heft 82/6

## Dokumentationsteil

Nr. 0001–0473 Heft 82/1  
Nr. 0474–1015 Heft 82/2  
Nr. 1016–1585 Heft 82/3  
Nr. 1586–2187 Heft 82/4  
Nr. 2188–2787 Heft 82/5  
Nr. 2788–3346 Heft 82/6

Jahrgang 14 1982



## Herausgegeben von / Edited by

- Fachinformationszentrum Energie, Physik, Mathematik GmbH, Karlsruhe
  - Zentrum für Didaktik der Mathematik an der Universität Karlsruhe
- (Träger / supported by: Verein zur Förderung der Didaktik der Mathematik e.V., Karlsruhe)

## Redaktionskomitee / Editorial board

M. Barner, Freiburg  
H. Bauersfeld, Bielefeld  
H. Freudenthal, Utrecht  
H. Griesel, Kassel  
K. P. Grotemeyer, Bielefeld  
A. Kirsch, Kassel  
H. Kunle, Karlsruhe  
G. Pickert, Gießen  
H.-G. Steiner, Bielefeld

## Wissenschaftlicher Beirat / Advisory board

P. Abellanas, Madrid	J. Laub, Wien
W. Böldeker, Recklinghausen	D. Laugwitz, Darmstadt
B. Christiansen, Kopenhagen	P. Lesky, Stuttgart
H. Coers, Dortmund	P. Lorenzen, Erlangen
A. Delessert, Lausanne	H. Meschkowski, Berlin
Z. P. Dienes, Sherbrooke	B. H. Neumann, Canberra
J. Dormolen, Utrecht	H. Noack, Kiel
J. Dzewas, Hamburg	A. Oberschelp, Kiel
A. Engel, Frankfurt	F. Ostermann, Köln
W. L. Fischer, Erlangen	G. Papy, Brüssel
F. Flohr, Freiburg	A. Pescarini, Ravenna
J. Fortrin, Quebec	L. Råde, Göteborg
A. Fricke, Braunschweig	F. Raith, Freiburg
M. Glaymann, Lyon	A. Revuz, Paris
H. B. Griffiths, Southampton	R. Schramm, Tel-Aviv
E. Hlawka, Wien	K. Seebach, München
G. Holland, Gießen	H. Stever, Landau
M. Jeger, Zürich	J. Suranyi, Budapest
W. Jung, Frankfurt	H. Tietz, Hannover
L. Kieffer, Luxembourg	H.-J. Vollrath, Würzburg
J. Kilpatrick, Athens	J. Vyšín, Praha
D. Kurepa, Beograd	I. Weidig, Landau

## Schriftleiter / Managing editor

Gerhard König

## Wissenschaftliche Bearbeitung / Scientific staff

Gerhard König  
Marianne Marmé  
Rainer Wenz

## Mitarbeiter des Dokumentationsteils / Contributors of documentation section

I. Arendt, Karlsruhe  
C. F. Cotti, Parma  
R. Herrmann, Paderborn  
T. Heußer, Hemsbach  
R. Kapadia, London  
S. L. Kemme, Groningen  
H. Noack, Kiel  
G. Scheu, Karlsruhe  
R. Stürmer, Mainz

## Beiträge / Contributions

Beiträge, Zuschriften und Besprechungsstücke erbitten wir an die Redaktion des ZDM im Fachinformationszentrum Energie, Physik, Mathematik GmbH, 7514 Eggenstein-Leopoldshafen 2

Material for publication, general editorial correspondence and books for review should be addressed to the ZDM. Fachinformationszentrum Energie, Physik, Mathematik GmbH, 7514 Eggenstein-Leopoldshafen 2.

## Bezugsbedingungen / Subscription information

Jährlich erscheinen 6 Hefte (zweimonatlich).  
Die Zeitschrift kann direkt vom Verlag oder durch eine Buchhandlung bezogen werden.  
Einzelpreis DM 35,-/ÖS 297,-, Jahresbezugspreis DM 175,-/ÖS 1437,-; jeweils zuzüglich Zustellgebühr  
Die Bezugsgebühr verlängert sich jeweils um 1 Jahr, wenn bis zum 15. November keine Abbestellung vorliegt.

This journal appears bimonthly. One volume consists of 6 issues.

Orders can either be placed with your bookdealer or sent directly to Ernst Klett Verlag.  
Subscriptionrate: DM 175,- per year (volume) plus postage and handling; price per issue DM 35,-.

## Anzeigen / Advertisements

Verantwortlich für den Anzeigenteil: Jürgen Meissner,  
Ernst Klett Verlag  
Zur Zeit ist Anzeigenpreisliste Nr. 9 vom 1. 1. 1983 gültig.  
For advertisement rates please apply to the publisher.

## Verlag / Published by

Ernst Klett Verlag  
Postfach 809  
7000 Stuttgart 1

© Klett Verlag 1983  
Alle Rechte vorbehalten / All rights reserved

Druck / Printed by:  
Röck, Weinsberg  
Printed in Germany

ISSN 0044-4103

# BERICHTSTEIL / ARTICLES SECTION

## INHALTSVERZEICHNIS / CONTENTS

### Analysen/Analyses

*Die Kasseler Arbeitsgruppe Didaktik der Mathematik: A. Kirsch zum 60. Geburtstag / The Kassel workgroup didactics of mathematics: In honour of A. Kirsch's 60th birthday*

BENDER, P. et al.: Vorbemerkungen . . . . .	1
BENDER, P.: Abbildungsgeometrie in der didaktischen Diskussion . . . . .	9
BLUM, W.: Der Integralkurs im Analysisunterricht . . . . .	25
GRIESEL, H.: Der Beitrag A. Kirsch's zur Entwicklung der Didaktik der Mathematik in der Bundesrepublik Deutschland in den letzten 25 Jahren . . . . .	3
POSTEL, H.: Bemerkungen zur Konzeption eines Eingangskurses Mathematik in der NGO . . . . .	30
SEYFFERTH, H.: Einige Probleme der Mathematikausbildung von Lehrern der Sekundarstufe am Beispiel der Analysis . . . . .	34

*Lehrbücher der Wahrscheinlichkeitsrechnung und Statistik für die S II / Stochastics textbooks for upper secondary level*

DAMEROW, P.; HENTSCHE, G.: Anwendungsorientiertheit der Stochastik – die Rolle der Verwendungssituationen . . . . .	67
HUMPERT, G.: Stochastik – Simulation – Tätigkeit . . . . .	79
PESCHEK, W.: Einige Differenzierungsaspekte in Stochastik-Lehrbüchern der gymnasialen Oberstufe . . . . .	89
SCHREIBER, A.: Wahrscheinlichkeitstheorie und Metawissen . . . . .	83
STEINBRING, H.; STRÄSSER, R.: Stochastik in Lehrbüchern beider Sekundarstufen – Probleme und Tendenzen . . . . .	102
STRÄSSER, R.: Vorbemerkungen . . . . .	63
STRÄSSER, R.: Stochastik und Beruf . . . . .	97
ZAWADOWSKI, W.: Einführung der Grundbegriffe Stochastik . . . . .	64

*Mathematikunterricht in der Hauptschule/Mathematics teaching at secondary modern schools*

ANON: Lehrplanrevision in Baden-Württemberg . . . . .	181
DOMBROWSKI, L.: Bremen: Lehrplanentwurf Mathematik Sekundarstufe I – Hauptschule . . . . .	136
FREUND, H.: Die Hauptschullehrpläne für Schleswig-Holstein . . . . .	148
HILDING, S.: Der Mathematikunterricht in der „Hauptschule“ in Schweden . . . . .	160
KÖNIG, G.: Vorbemerkungen . . . . .	129, 181
KÖNIG, G.: Allgemeine Literatur zum Thema Hauptschule . . . . .	216
LEPPIG, M.: Überlegungen zu einem Richtliniengestaltung Mathematik Hauptschule 10. Schuljahr (NRW) . . . . .	200
LEPPIG, M.; SORGER, P.: Die Richtlinien Mathematik Hauptschule in Nordrhein-Westfalen . . . . .	198
MAIER, H.; ROTHMEIER, G.: Lehrpläne für den Mathematikunterricht an Bayerischen Hauptschulen . . . . .	130
NORDMEIER, G.: Die neuen niedersächsischen Rahmenrichtlinien für den Mathematikunterricht in der Hauptschule . . . . .	194
POSTEL, H.: Rahmenrichtlinien für den Mathematikunterricht in der Sekundarstufe I in Hessen . . . . .	189
SCHLÖGLMANN, W.; WINGERT, O.: Mathematikunterricht in der österreichischen Hauptschule . . . . .	152
SCHMITT, H.: Die Lehrpläne für den Mathematikunterricht an Hauptschulen im Saarland . . . . .	144
SCHÜTZ, H.: Der Mathematikunterricht in der Berliner Hauptschule . . . . .	184
SCHWARTZE, H.: Zum Mathematikunterricht der Hauptschule im Rahmen der Sekundarstufe I . . . . .	208
SORGER, P.: Fachterminologie und natürliche Sprache – Richtliniengestaltung im Konflikt mit dem „mathematikdidaktischen Gewissen“ . . . . .	206
USBECK, F. W.: Mathematikunterricht in der Hauptschule: Zur Lehrplansituation in Hamburg . . . . .	140
WEBER, F.: Die Entwicklung des Lehrplans im Fach Mathematik für die Sekundarstufe I in Rheinland-Pfalz . . . . .	202

*Nachhilfswerke und Lernhilfen / Coaching books and learning aids*

ANON: Vorbemerkungen . . . . .	281
LORENZ, J. H.: Nachhilfswerke und Trainingsprogramme – oder: Wenn das Schulbuch nicht mehr ausreicht . . . . .	239
Eine summarische Bewertung . . . . .	300

### Analysierte Werke / Analysed books:

BARTH, F. (Hrsg.): Lernhilfen Nachhilfen Mathematik: Algebra (K. Breinlinger) . . . . .	245
---	-----

BERGMANN, H.: Training Arithmetik 5./6. Schuljahr (I. Kinski) . . . . .	241
BERGMANN, H.: Training Mathematik 4. Schuljahr (G. Studeny) . . . . .	281
CZECH, W.: Algebra – Wiederholung (F. Thayssen) . . . . .	252
FALTHEIMER, O.: Mathematik Abitur: Analytische Geometrie – Lineare Algebra. Grundkurs (Th. Müller) . . . . .	292
GLOGGENGIESSER, H.: Elemente der Geometrie (G. Ziebegk) . . . . .	288
GLOGGENGIESSER, H.; LHOTZKY, A.: Mathematikvorbereitung für das Abitur: Infinitesimalrechnung (H. Jahner) . . . . .	292
GLOGGENGIESSER, H.; LHOTZKY, A.: Mathematikvorbereitung für das Abitur: Vektorrechnung (Th. Müller) . . . . .	292
GRIESING, W.: Prozentrechnung (E. Anthes) . . . . .	259
GRIESING, W.; PIOCH, J.: Lösungen von Gleichungen und Ungleichungen (F. Thayssen) . . . . .	243
HANDKE, J.: Training Gleichungslehre: 11. Klasse (F. Thayssen) . . . . .	251
HAUSCHKA, A.: Verschiedene Textaufgaben für die 4. Klasse (R. Keßler, H. G. Schönwald) . . . . .	284
HORN SCHUH, H. D.: Mathematische Aufgabensammlung für Abschlußklassen an Hauptschulen (E. Anthes) . . . . .	259
KEMPF, G.: Textaufgaben für die 4. Klasse (G. Studeny) . . . . .	281
KLEMENT, H. P.: Mathematik Abitur: Analytische Geometrie – Lineare Algebra. Leistungskurs (Th. Müller) . . . . .	282
MESCHKOWSKI, H.: Geometrie der Ebene, Teil 3 (G. Ziebegk) . . . . .	255
POINTNER, H.; STADLBAUER, K.: Mathehilfen Nachhilfen Mathematik 4. Klasse (R. Keßler, H. G. Schönwald) . . . . .	284
SCHLEISIEK, G.: Rechentraining Bruchrechnung (I. Kinski) . . . . .	242
SCHRÖDER, H. et al.: Einführung in die Mathematik: Analytische Geometrie (Th. Müller) . . . . .	292
ULSHÖFER, K.: Geometrie 9. Schuljahr (G. Ziebegk) . . . . .	257
WALTHER, A.: Absolutbetrag im Funktionsterm / Arcusfunktionen / Exponentialfunktionen / Logarithmusfunktionen (R. Fritsch) . . . . .	290
WEBER, F.; BALZER, U.: Training Mathematik: Für den Übergang ins Berufsleben (E. Anthes) . . . . .	259
WIPPERMANN, H.: Rechnen fehlerfrei. Bd. 1: Natürliche Zahlen (R. Keßler, H. G. Schönwald) . . . . .	284

### Rezensionen/Book reviews

AVERBACH, B.; CHEIN, O.: Mathematics: problem solving through recreational mathematics (A. H. Schoenfeld) . . . . .	38
BAUERSFELD, H.: Analysen zum Unterrichtshandeln (H. Maier) . . . . .	218
BECKER, G.: Geometrieunterricht (G. Holland) . . . . .	106
BURKHARDT, H.: The real world and mathematics (D. A. Quadling) . . . . .	221
DAVIS, P. J.; HERSH, R.: The mathematical experience (K. E. Hirst) . . . . .	162
DIFF (Hrsg.): Studienbriefe zur Fachdidaktik für Lehrer der S II: Analysis (L. Führer) . . . . .	163
EVYATOR, A.; ROSENBLOOM, P.: Motivated mathematics (H. Burkhardt) . . . . .	109
GILDE, W.; ALTRICHTER, S.: Mehr Spaß mit dem Taschenrechner (A. Wynands) . . . . .	40
GLAESER, G.: Mathematik für Lehrer in Ausbildung und Praxis (M. Berg) . . . . .	222
GLENNON, V. J.: The mathematical education of exceptional children and youth (J. M. Engelhardt) . . . . .	167
GRATTAN-GUINNESS, I. (ed.): From the calculus to set theory, 1630–1910 (D. M. Johnson) . . . . .	225
HAEFNER, K. (Hrsg.): Schulrechner 1985 (W. Ruppert) . . . . .	110
IDM: Untersuchungen zum Mathematikunterricht (G. Becker) . . . . .	42
KLINGEN, L.: Elementare Algorithmen (R. Baumann) . . . . .	43
KRULIK, S.; REYS, R. E.: Problem solving in school mathematics (J. Lochhead) . . . . .	45
KÜTTING, H.: Didaktik der Wahrscheinlichkeitsrechnung (J. Grimm) . . . . .	168
LAUTER, J.: Methodik der Grundschulmathematik (B. Picker) . . . . .	46
MÖLLER, H.: Vereinfachte Analysis (J. Vaupel) . . . . .	227
REVUZ, A.: Est-il impossible d'enseigner les mathématiques? (G. Walusinski) . . . . .	51
SCHMIDT, G. (Hrsg.): Methoden des Mathematikunterrichts in Stichwörtern und Beispielen 7/8 (K.-H. Hürten) . . . . .	232
SCHWARTZE, H.: Elementarmathematik aus didaktischer Sicht – Arithmetik und Algebra (H. Siemon) . . . . .	170
SHUMWAY, R. J. (ed.): Research in mathematics education (V. Reiss, J. H. Lorenz) . . . . .	53
SIEMON, H.: Anwendungen der elementaren Gruppentheorie in Zahlentheorie und Kombinatorik (R.-H. Schulz) . . . . .	111

STEEN, L. A.; ALBERS, D. J. (eds.): Teaching teachers, teaching students (G. Howson) . . . . .	59
STEINBRING, H.: Zur Entwicklung des Wahrscheinlichkeitsbegriffs – Das Anwendungsproblem in der Wahrscheinlichkeitsrechnung aus didaktischer Sicht (A. Schreiber) . . . . .	233
WEBER, H.: Grundlagen einer Didaktik des Mathematisierens (H. J. Burscheid) . . . . .	113
WEISER, G.: Der Geometrieunterricht in der Hauptschule (P. Kirsche) . . . . .	236

## Informationen/Information

DOBERKAT, E.-E. et al.: Simulationsverfahren im Informatikunterricht – ein Beispiel. . . . .	267
FLETCHER, T. J.: The Cockcroft report on mathematical education – An assessment of a nations need . . . . .	262
HERING, H.: Grund- und Leistungskurse im Fach Mathematik zwischen Differenzierung und „Konvergenz“ . . . . .	303
SIEMON, H.: E. Röhl in memoriam. . . . .	175
SUYDAM, M. N.: Report on the literature in the USA, 1981 . . . . .	271
Anschriften der Referenten und Rezensenten. . . . .	61, 127, 178, 238, 280, 309
Mitteilungen über Kongresse, Seminare usw. . . . .	126, 177, 278, 307

## Tagungsberichte 1981/Conference reports 1981

Anon: History of mathematics as a resource for mathematics teaching, Kristiansand . . . . .	115
Anon: 3rd World conference on computers in education, Lausanne . . . . .	117
BECKER, G.; HEIDENREICH, K.: Probleme des Algebra-Unterrichts in der S.I. Oberwolfach . . . . .	123
COHORS-FRESENBORG, E.; MEISSNER, H.: Psychology of mathematics education, Grenoble . . . . .	116
ENGEL, A.: XXIII. Internationale Mathematik-Olympiade, Budapest . . . . .	277
GRAF, K.-D.: 3. Arbeitstagung über „Mathematikunterricht und Informatik“, Augsburg. . . . .	123
KNOPF, P.: Mathematik und Kunst, St. Antoni . . . . .	276
KÖNIG, G.: Möglichkeiten und Grenzen problemhafter Unterrichtsgestaltung, Mainz . . . . .	119
LE REST, E.: Histoire et l'enseignement des mathématiques, Pacy s/Eure . . . . .	115
SEGSCHEIDER, I.; STOWASSER, R. J. K.: Bericht über die diesjährige Tagung der CIEAEM, Pallanza. . . . .	118
WIELAND, G.: Problemorientierter Mathematikunterricht, Münchenbuchsee. . . . .	122

## AUTORENREGISTER / AUTHOR INDEX

Eine *kursiv* gesetzte Seitenangabe weist auf einen Beitrag des Autors im ZDM hin; andernfalls wird auf die Besprechung eines Werkes bzw. Vortrags des angeführten Autors verwiesen.

Albers, D. J. 60	Geisinger, K.-H. 232	Kosswig, W. 63	Schmitt, H. 144
Althoff, H. 63	Gilde, W. 40	Kröplin, E. 288	Schneider, K. 216
Altrichter, S. 40	Ginzel, H. 216	Krulik, S. 45	Schoenfeld, A.H. 38
Anthes, E. 259	Glaeser, G. 222	Krummheuer, G. 218	Schönwald, H.G. 284
Athen, H. 63	Glennon, V.J. 167	Kübler, F. 63	Schreiber, A. 83, 233
Averbach, B. 38	Gloggenzießer, H. 288, 292	Kütting, H. 168	Schröder, H. 292
	Gose, P. 216		Schütz, H. 184
Babor, R. 245	Graf, K.-D. 123	Lauter, J. 46, 63	Schulz, R.-H. 111
Balzer, U. 259	Grammes, E. 232	Leitner, E. 245	Schwartze, H. 170, 208
Bartels, H. 216	Grattan-Guinness, I. 225	Leppig, M. 198, 200	Segschneider, I. 118
Barth, F. 63, 245	Griesel, H. 1, 3, 63	Le Rest, E. 115	Seyfferth, S. 1, 34
Bauersfeld, A. 42, 218	Griesing, W. 243, 259	Lhotzky, A. 288, 292	Shumway, R.J. 53
Baumann, R. 43	Grimm, J. 168, 216	Lochhead, J. 45	Siemon, H. 111, 175
Becker, G. 42, 106, 123	Gudjons, H. 216	Lorenz, J.H. 42, 53, 218, 239, 300	Sommer, D. 63
Bender, P. 1, 9			Sommer, E. 63
Berg, D. 63	Haas, W. 63	Maier, H. 130, 218	Sorger, P. 198, 206
Berg, M. 222	Haefner, K. 110	Meissner, H. 116	Stadlbauer, K. 284
Bergmann, H. 241, 281	Hager, F. 245	Meschkowski, H. 225	Stark, J. 63
Beumer, D. 216	Handke, J. 251	Möller, H. 227	Steen, L.A. 60
Blum, W. 1, 25	Hauschka, A. 284	Müller, Th. 292	Steinbring, H. 102, 233
Borges, R. 63	Heidenreich, K. 123		Steiner, H.-G. 42
Bosch, K. 63	Heidorn, F. 216	Nordmeier, G. 194	Stierhoff, K. 63
Breinlinger, K. 245	Heigl, F. 63		Stowasser, R.J.K. 118
Brunemeier 216	Hentschke, G. 67	Otto, H. 216	Strässer, R. 63, 97, 102
Burkhardt, H. 109, 221	Hering, H. 303		Strick, K.H. 63
Burscheid, H. J. 113	Hersh, R. 162	Pehl, K. 63	Studený, G. 281
	Heymann, H.W. 42, 218	Peschek, W. 89	Suydam, M.N. 271
Chein, O. 38	Hilding, S. 160	Picker, B. 46	
Cockcroft, W. H. 262	Hirst, K.E. 162	Pioch, J. 243	Thayssen, F. 243, 251, 252
Cohors-Fresenborg, E. 116	Hoffmann, M. 63	Pointner, H. 284	
Cramer, U. 63	Holland, G. 106	Posmann, K. 232	Ulshöfer, K. 257
Czech, W. 252	Holland, H. 63	Postel, H. 1, 30, 189	Usbeck, F.W. 140
	Hornschuh, H.D. 259	Primke, K.-H. 316	
Damerow, P. 67	Howson, G. 60	Quadling, D.A. 221	Vaupel, J. 227
Davis, P. J. 162	Hürten, K.-H. 232		Walther, A. 290
Doberkat, E.-E. 267	Humpert, G. 79	Rath, P. 267	Walusinski, G. 51
Dombrowski, L. 136		Reimers, J. 63	Weber, F. 202, 259
	Jahner, H. 292	Reiss, V. 53, 218	Weber, H. 113
Engel, A. 277	Johnson, D.M. 225	Revuz, A. 51	Weicksel, B. 216
Engelhardt, J.M. 167		Reys, R.E. 45	Weiser, G. 236
Evyator, A. 109	Kempf, G. 281	Röhrig, F. 63	Wieland, G. 122
	Keßler, R. 284	Röhl, E. 175	Wingert, O. 152
Faltheiner, O. 292	Kinski, I. 241, 242	Rosenbloom, P. 109	Winkelmann, B. 42
Faulhaber, A. 63	Kirsch, A. 3	Rothmeier, G. 130	Wippermann, H. 284
Feuerpfeil, J. 63	Kirsche, P. 236	Rüdiger, K. 63	Witt, C.P. 216
Fletcher, T.J. 262	Klement, H.P. 292	Rupietta, W. 110, 267	Wittmann, B. 216
Freise, G. 216	Klingen, L. 43		Wolf, J. 232
Freund, H. 148	Klink, J.-G. 216	Schindler, M. 216	Wolff, H. 63
Friedeburg, L. von 216	Knopf, P. 276	Schleisiek, G. 242	Wynands, A. 40
Fritsch, R. 290	König, G. 119, 129, 181	Schlöglmann, W. 152	
Führer, L. 163	Konradt, W. 63	Schmid, A. 63	Zawadowski, W. 64
	Kopitzki, U. 216	Schmidt, G. 232	Ziebegk, G. 255, 257, 288

WALTHER, ALFRED:

**Ein Trainingskurs für das Mathematik-Abitur**

München: Bayerischer Schulbuch-Verlag (bsv – lift)

**Exponentialfunktionen [1]**

1978. – 79 S.

ISBN 3-7627-3326-0

**Logarithmusfunktionen [2]**

1979. – 80 S.

ISBN 3-7627-3350-3

**Arcusfunktionen [3]**

1979. – 80 S.

ISBN 3-7627-3351-1

**Absolutbetrag im Funktionsterm [4]**

1978. – 80 S.

ISBN 3-7627-3330-9

Rudolf FRITSCH, München

„Das bayerische Prüfungssystem geht auf NAPOLEON zurück, daran läßt sich nichts ändern“, so der Physiker ROLLWAGEN in einer Vorlesung. 175 Jahre Tradition von Abituraufgaben, die Form liegt fest, zumindest für die Aufgaben aus der Infinitesimalrechnung. Die auf dem Trend nach Verwissenschaftlichung des Schulunterrichts beruhende Umbenennung des Gebietes in „Analysis“ hat daran nichts geändert. Es handelt sich in Wirklichkeit auch nicht um eine bayerische Besonderheit, Aufgaben der gleichen Art werden überall in der Bundesrepublik gestellt. Tiefsinnige Untersuchungen darüber, ob damit das Mathematikabitur nicht zu einseitig ausgerichtet ist, kann man in der Dissertation von BAUER [5] nachlesen. Aber im Hinblick auf das (rein materialistische) Ziel einer guten Note, die für Studienplatz und Stipendium von Bedeutung sein kann, ermöglicht diese Situation eine erfolversprechende Vorbereitung auf das Abitur. Man braucht ja nur hinreichend viele Aufgaben der vergangenen Jahre zu lösen, dann kann nichts mehr schiefgehen. Ein Problem bildet allenfalls die Kontrolle der Lösungen, wie vermeidet man menschliche und sachliche Irrtümer.

Bestens bekannt ist eine dementsprechende Prüfungsstrategie von den Juristen. Wichtiger als die Teilnahme an den Vorlesungen war zumindest bis vor wenigen Jahren für einen Studenten der Jurisprudenz der Besuch beim Pauker, wo nur Klausurfälle und ihre Musterlösungen besprochen wurden. Für die vielen Universitätsneugründungen der letzten Jahre fand man zwar genügend Professoren, aber der Bedarf an Paukern konnte nicht gedeckt werden. Es vermehrten sich die geschriebenen Repetitorien, die all das mitzuteilen versuchten, was in der Prüfung von Bedeutung sein kann, bis hin zu vielleicht abartigen Meinungen mancher Prüfer.

Das hier zu analysierende „Lift“-Programm des Bayerischen Schulbuch-Verlages, bestehend aus den zu Beginn genannten 4 Heften, verfolgt die gleiche Absicht. Jedes von ihnen enthält 3 fiktive Abituraufgaben mit Musterlösungen, wobei eine der Aufgaben, die sog. Trainingsaufgabe, ausführlich kommentiert ist, während für die beiden „Zusatzaufgaben“ die Lösungen die kurze Form haben, in der sie beim echten Abitur niederzuschreiben wären. Zusätzliche Detailaufgaben nach jeder wichtigen Erklärung verstärken in sinnvoller Weise die Übungsmöglichkeiten.

Folgende Themenkreise und Funktionstypen werden behandelt:

- Absolutbeträge und Ungleichungen
- Definitionsbereiche
- Grenzwerte und Stetigkeit (mit L'Hôpital'schen Regeln)
- Fortsetzung von Funktionen, Umkehrfunktionen
- Differenzierbarkeit und Differentiationsregeln (mit Diskussion der geometrischen Bedeutung der Ableitungen)
- Integralfunktionen und Integrationsmethoden
- Extrema und Wendepunkte
- Asymptoten und allgemeine Näherungsfunktionen
- Graphen (mit Symmetriebetrachtungen)
- Graphische Lösung von Gleichungen
- Geometrische Orte
- Exponentialfunktionen und Potenzfunktionen
- Logarithmusfunktionen und Wurfelfunktionen
- Arcusfunktionen.

Zunächst Bemerkungen zu einzelnen Punkten:

(1) Der Verfasser verwendet den Begriff „Extremum“ in einem sehr strengen Sinn, der leider nicht allgemein gebräuchlich ist. Ein Extremum ist für ihn ein Punkt des Graphen, also das Paar  $(x, f(x))$ , bestehend aus der Extremstelle  $x$  und dem Extremwert  $f(x)$ . Es wäre zu begrüßen, wenn sich diese Auffassung von Extrema durchsetzen würde; damit könnten viele Ausdrucksschwierigkeiten beseitigt werden, die Schüler bei der exakten Beschreibung von diesbezüglichen mathematischen Sachverhalten haben.

Bei der Behandlung der Extrema sind die Formulierungen auch sonst sehr genau. Immer wieder wird darauf abgehoben, daß Extrema nach Lage und Art zu bestimmen seien. Dabei wird betont, daß es bei differenzierbaren Funktionen verschiedene Methoden zur Feststellung der Art gibt: Vorzeichenwechsel der ersten Ableitung oder Vorzeichen der zweiten Ableitung. (Einmal hat der Setzer dabei wohl an das gesamte Verlagsprogramm des Bayerischen Schulbuch-Verlages gedacht: in [1], S. 14 steht statt „Gesamtvorzeichen“ das Titelwort vieler Prospekte: „Gesamtverzeichnis“).

(2) An Hand des Asymptotenbegriffs will der Verfasser ein besonderes Kennzeichen mathematischen Arbeitens verdeutlichen: „Wie bei allen mathematischen Begriffen . . . brauchen Sie zum Verständnis

1. eine anschauliche Vorstellung des Begriffes und zusätzlich  
2. eine exakte Definition“ ([1], S. 9). Diese sicher richtige mathematische Aussage hilft vielleicht nicht direkt beim Lösen von Aufgaben, aber sie kann für einen Schüler, der sie ernst nimmt, doch sehr hilfreich sein.

Leider ist gegen die anschließende Behandlung des Themas Asymptoten doch etwas einzuwenden. Es ist wohl vernünftig, die Definition für schiefe Asymptoten mit anzugeben, da sie im Lehrbuch oder im Unterricht vielleicht übersehen wurde, aber dann sollte diese auch verständlich sein, und das ist ein Ausdruck der Form „ $\lim_{x \rightarrow \pm\infty}$ “ doch nicht

unmittelbar (gemeint ist der Grenzwert entweder für  $x \rightarrow \infty$  oder für  $x \rightarrow -\infty$ ). Mehr noch daneben geht das als „gebräuchlicher Weg“ angegebene Verfahren zur Bestimmung einer schiefe Asymptote: „Zur Berechnung . . . werden . . . die  $y$ -Werte gleichgesetzt . . . (dann) läßt man  $x \rightarrow \pm\infty$  gehen, dividiert aber zuvor noch die Gleichung durch die höchste vorkommende Potenz von  $x$ “. Das geht schon bei einer der angegebenen Übungsaufgaben schief ([1], S. 49). Sie führt auf die Gleichung

$$\frac{x^3}{(x-1)^2} = ax + b.$$

Was ist hier die höchste vorkommende Potenz von  $x$ ? Doch wohl  $x^3$ ; aber dann wird aus

$$\frac{1}{(x-1)^2} = \frac{a}{x^2} + \frac{b}{x^3}$$

für  $x \rightarrow \pm \infty$  die völlig nichtssagende Gleichung  $0 = 0$ .

(3) Die Frage nach der Fortsetzbarkeit einer gegebenen Funktion ist im allgemeinen nicht so schwer zu beantworten. Trotzdem muß man aufpassen, das zeigt sich insbesondere an zwei Stellen. In [4] ist die letzte Teilaufgabe der Trainingsaufgabe unsinnig gestellt: Gegeben ist eine auf der Menge der negativen reellen Zahlen erklärte Funktion  $k_2$ : „... Zeigen Sie, daß  $k_2$  über die Stelle  $x = 0$  hinweg stetig nach ganz  $\mathbb{R}$  fortgesetzt werden kann zu einer Funktion  $k_3$  mit  $k_3(x) = k_2(x)$  auch für  $x \geq 0$ “.  $k_2(x)$  ist für  $x > 0$  doch gar nicht definiert (und könnte auch mit der gegebenen Vorschrift in diesem Bereich nicht definiert werden)! Der Verfasser „löst“ die Aufgabe, indem er dem neuen Gültigkeitsbereich  $x > 0$  nur durch die Absolutstriche Rechnung trägt.

Als zweites ist eine echt bösartige Falle zu nennen, wie sie eigentlich nicht in eine Abituraufgabe eingebaut sein sollte. In [3] ist gefragt, (Trainingsaufgabe 3.3), wie weit sich zwei Funktionen  $g$  und  $h$  als Fortsetzung einer Funktion auffassen lassen. Nun weiß man von vorher, daß die beiden Funktionen die gleichen Ableitungen und an einer Stelle den gleichen Wert haben, also sind sie gleich! Nein, denn die Funktion  $h$  ist an der Stelle 0 nicht definiert und macht dort einen Sprung, während  $g$  auf ganz  $\mathbb{R}$  stetig ist. Der eben gemachte Schluß gilt nur bei zusammenhängenden Definitionsbereichen!

(4) Zur Ausführung der Integration, also vor allem zum Aufsuchen der richtigen Integrationsmethode, was erfahrungsgemäß viel Schwierigkeiten bereitet, werden recht hilfreiche Hinweise gegeben, die sich an den vorhandenen Aufgaben ausprobieren lassen und bei genügender Übung wirklich zur Sicherheit verhelfen. Man könnte höchstens noch ergänzen, daß es sich manchmal lohnt, die vorausgegangenen Differentiationen zu überprüfen, wo man vielleicht direkt eine Stammfunktion finden kann. Allerdings sind die vorgelegten Integralberechnungen weit schwerer als im Abitur zu erwarten; bei der Frage nach dem unbestimmten Integral  $\int \frac{dx}{\sqrt{e^x(1-e^x)}}$ ,  $x < 0$  gibt es der Verfasser auch selber zu ([4], Trainingsaufgabe 4.4).

(5) Eine Fragestellung, die leider auch mehrfach vorkommt, ist unlösbar (in doppeltem Sinn). Gegeben ist eine Funktionenschar, abhängig von einem Parameter  $a$ , erklärt etwa für alle  $a \neq 0$  ([2], Trainingsaufgabe); für  $a = 1$  gibt die Funktionsvorschrift keinen Sinn. Gefragt wird: Welchen Graphen erhält man als Grenzfall der Schar für  $a \rightarrow 0$ ? Zunächst einmal wäre zu überlegen, was das heißen soll. Der Mathematiker untersucht natürlich Konvergenz von Funktionenfolgen, aber keiner der einschlägigen Begriffe paßt hier, und das wäre wohl auch im Abitur zu viel verlangt. Der Verfasser gibt keine Erklärung ([2], S. 24): „... so erkennen Sie die Gerade mit  $x = 1$  als Grenzfall der Schar  $f_a$  für  $a \rightarrow 0$ “. Der Rezensent erkennt auch unter Zuhilfenahme des hier nicht wiedergegebenen Satzteils nichts!


(6) Offensichtlich rechnet der Verfasser mit Korrektoren, die sich an die doch recht allgemein anerkannte Konvention über die Zulässigkeit der Schreibweise  $\lim f(x) = \infty$  (s. etwa das Lehrbuch von KEIL, KRATZ, MÜLLER und WÖRLE [6], S. 56) nicht halten. Mindestens dreimal gibt er den prüfungspraktischen Hinweis: „Wenn Sie  $\lim f(x) = \infty$  formuliert haben, müssen Sie mit einem Punktabzug bei der Korrektur rechnen, denn Sie behandeln  $\infty$  mit dieser Schreibweise wie eine reelle Zahl.“

Nun aber zum Gesamtkonzept der Reihe: Abgesehen von Details wie sie gerade aufgeführt wurden, ist der Inhalt ma-

thematisch einwandfrei und auch dem Ziel entsprechend im wesentlichen richtig ausgewählt. Der Aufbau der Aufgaben ist klassisch: ein Großteil läßt sich mit Standardmethoden lösen, daneben gibt es besondere Schwierigkeiten, bei denen ein tieferes Verständnis gezeigt werden kann. Nicht ganz einig ist der Rezensent mit den Gewichten, die den verschiedenen Themenkreisen zugeteilt werden. Natürlich sind Absolutbeträge und Ungleichungen sehr wichtig und eine Schwachstelle vieler Schüler, aber dafür ein ganzes Heft, und ein weiteres für die Arcusfunktionen, dagegen nur verschwindend wenig über die trigonometrischen Funktionen, das ist eigentlich nicht angemessen.

Anlaß zu einer gewissen Kritik bietet auch der für das Lösen der Aufgaben (Trainings- und Zusatz-Aufgaben) erforderliche Aufwand. Der Verfasser macht von Anfang an darauf aufmerksam, daß *Umfang und Schwierigkeit reichlich einer Abituraufgabe entsprechen*. Das stellt aber eine „reichliche“ Untertreibung dar, vor allem bei der Trainingsaufgabe in [4]. Ein Abiturient, der sich seiner mathematischen Fähigkeiten bewußt ist und nur zur Kontrolle dem Vorschlag folgt, die Aufgaben selbst in der Zeit von 90 Minuten zu lösen, wird sehr verunsichert, denn das ist nicht zu schaffen. Aus diesem Grunde ist auch zu beweifeln, ob ein schwächerer Schüler, der die Trainingsaufgaben nach Anweisung durcharbeitet, dann beim Lösen der Zusatzaufgaben aufatmet und feststellt, daß er sein Ziel erreicht hat.

Die gegebenen Erläuterungen sind im allgemeinen sehr klar und verständlich abgefaßt, sie bilden aber kein Lehrbuch. Es wird vorausgesetzt, daß der Leser die Standard-Definitionen kennt, es geht darum, ihre Verwendung sorgfältig zu erklären. Die lange Tradition dieser Aufgaben sichert Einigkeit darüber, was als Standard einzusehen ist, so daß daraus keine Schwierigkeiten entstehen.

Einen geschickten methodischen Kunstgriff bietet für das ernsthafte Durcharbeiten die Forderung nach „abdecken-dem“ Lesen, d. h. alles was unterhalb der Zeile steht, die gerade gelesen wird, soll abgedeckt sein. Insbesondere soll nach entsprechender Vorbereitung der Leser sich selbst an der jeweils nächsten Teilaufgabe versuchen, ein sehr suggestives -Zeichen bewahrt ihn vor voreiligem Weiterlesen.

Dem Anspruch, auch prüfungspraktische Hinweise zu geben, werden die Texte durchaus gerecht. Hier ist vor allem die mehrfach wiederholte allgemeine Empfehlung zu nennen, den Aufgabentext mehrfach durchzulesen und dabei durch unterschiedliche Betonung von Wörtern und Satzteilen den Sinn zu erfassen.

Zum Abschluß sei noch auf den ganz wesentlichen Beitrag, nicht nur zum Verkaufserfolg, sondern auch zur Ermunterung und zur moralischen Stützung der sich mit dieser Serie auf das Abitur vorbereitenden Schüler hingewiesen, den „Bruder Till 1981“ mit seinen Illustrationen leistet. LORIOT hat diesen Titel erhalten, weil er sich nach Auffassung des „Freundeskreises Till Eulenspiegel“ den Sinn für Humor im Alltag bewahrt hat. Das demonstriert er in ausgezeichnete Weise mit seinen passenden Zeichnungen, die auch alle, die das Abitur schon überstanden haben, noch erheitern und darüberhinaus zum Nachdenken anregen können.

#### Literatur

- [5] BAUER, L.: Mathematische Fähigkeiten. – Paderborn: Schöningh, 1978 (UTB Uni Taschenbücher, 835)
- [6] KEIL, K.-A.; KRATZ, J.; MÜLLER, H.; WÖRLE, K.: Analysis 1. – München: Bayerischer Schulbuch-Verlag, 1981 (bsv mathematik).